

نموذج 4

أولاً: لكل سؤال فيما يأتي أربع خيارات إجابة واحدة فقط منها صحيحة. أجب عليها. (10 درجة لكل سؤال)

[1] لتكن النقاط $A(3,2,1)$ و $B(1,2,0)$ و $C(3,1,-2)$ عندئذ المستوي ABC يقبل ناظماً له هو

أ	$\vec{n}(-1,-6,2)$	ب	$\vec{n}(1,6,2)$	ج	$\vec{n}(1,-6,-2)$	د	$\vec{n}(1,-2,6)$
---	--------------------	---	------------------	---	--------------------	---	-------------------

[2] نهاية التابع $f: x \mapsto x \sin \frac{2}{x}$ عند $-\infty$.

أ	0	ب	2	ج	-2	د	1
---	---	---	---	---	----	---	---

[3] ليكن $S = 1 + i + i^2 + \dots + i^{2025}$ عندئذ

أ	i	ب	$-i$	ج	1	د	$1+i$
---	-----	---	------	---	---	---	-------

[4] في إذا كان $|z| = 3$ فإن $\bar{z}$ يساوي :

أ	$3z$	ب	$9z$	ج	$\frac{3}{z}$	د	$\frac{9}{z}$
---	------	---	------	---	---------------	---	---------------

[5] التابع الأصلي للتابع $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$ على المجال $I =]0, +\infty[$ هو

أ	$F(x) = \ln(2 \ln x)$	ب	$F(x) = \ln(x \ln x)$	ج	$F(x) = \ln x \ln x$	د	$F(x) = \ln(\ln(\ln x))$
---	-----------------------	---	-----------------------	---	----------------------	---	--------------------------

[6] قيمة المجموع : $\frac{1}{3} + 1 + \frac{5}{3} + \frac{7}{3} + \dots + 13$ تساوي

أ	$\frac{400}{3}$	ب	$\frac{103}{6}$	ج	126	د	136
---	-----------------	---	-----------------	---	-----	---	-----

[7] إذا كان $\mathbb{P}(A) = \frac{1}{2}$ و $\mathbb{P}(B) = \frac{1}{3}$ و $\mathbb{P}(A \cup B) = \frac{2}{3}$ ، عندئذ يكون $\mathbb{P}(A|B)$ يساوي :

أ	$\frac{1}{2}$	ب	$\frac{1}{3}$	ج	$\frac{1}{4}$	د	$\frac{1}{5}$
---	---------------	---	---------------	---	---------------	---	---------------

[8] ليكن لدينا المجموعة $S = \{2, 3, 4, 5, 7\}$. عدد جميع المجموعات الجزئية التي يمكن تشكيلها من S .

أ	16	ب	25	ج	32	د	64
---	----	---	----	---	----	---	----

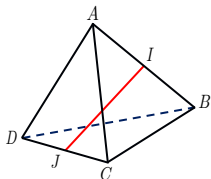
[9] a و b و c حدود متوالية من متتالية هندسية ، و $0 < a < b < c$ و $a + b + c = 21$ و $ac - 5b = 6$. عندئذ a هو

أ	3	ب	4	ج	5	د	6
---	---	---	---	---	---	---	---

[10] في معلم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقاط $A(2, -1, 3)$ و $B(0, 5, -1)$ والنقطة D نقطة من محور الترتيب ومتساوية البعد عن A و B هي :

أ	$D(0, \frac{3}{2}, 0)$	ب	$D(0, 2, 0)$	ج	$D(0, 1, 0)$	د	$D(9, 1, 0)$
---	------------------------	---	--------------	---	--------------	---	--------------

ثانياً : أجب عن الأسئلة الثلاث الآتية. (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: $ABCD$ رباعي وجوه منتظم. فيه I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[CD]$. و $AB = 2$

[1] جد $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ و $\vec{AB} \cdot \vec{DC}$.

[2] أثبت تعامد المستقيمين $(IJ), (AB)$.

السؤال الثاني: لتكن S مجموعة الأرقام من 0 إلى 9 ما عدد الأعداد المؤلفة من ثلاث خانوات مختلفة والتي:

[1] يمكن تكوينها من أرقام المجموعة S ؟

[2] يمكن تكوينها من أرقام المجموعة S والتي تقبل القسمة على 5 ؟

السؤال الثالث: ليكن التابعين f و g المعرفين على المجال $I =]-1, +\infty[$ وفق $f(x) = \ln(x+1)$ و $g(x) = \frac{x}{x+1}$

أثبت أن $g(x) \leq f(x)$ أيًا يكن x من I .

ثالثاً: أجب عن التمارين الثلاث الآتية. (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: لكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$: $u_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$.

[1] أثبت أن المتتالية $(t_n)_{n \geq 0}$ متتالية متناقصة.

[2] أثبت أن $\frac{1}{2\sqrt{n}} \leq u_n \leq \frac{1}{2\sqrt{n-1}}$ ، ثم جد نهايتها.

[3] نضع $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. احسب S_n بدلالة n . وجد نهايتها.

التمرين الثاني: لتكن A و B و C نقاط المثلثة للأعداد العقدية $a = 2i$ و $b = \sqrt{3} + i$ و $c = \sqrt{3} + 3i$.

[1] احسب العدد العقدي $\frac{c-a}{b-a}$ ثم استنتج نوع المثلث ABC .

[2] أثبت أن المجموعة $M(z)$ التي يكون عندها $Z = \frac{z-2i}{z+3}$ تخليلاً بحتاً هي دائرة محذوف منها نقطة. جد معادلتها.

التمرين الثالث: صندوق يحوي خمس كرات مرقمة 1 و 1 و 1 و 2 و 3. نسحب كرتين على التوالي مع إعادة.

[1] ما احتمال أن تكون مجموع أرقام الكرات المسحوبة زوجي؟

[2] إذا علمت أن مجموع أرقام الكرات المسحوبة يساوي زوجي، ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة أولاً تحمل الرقم 1؟

[3] لنعرّف المتحول العشوائي X الذي يقرن بكل نتيجة سحب أصغر الرقمين الظاهرين. عيّن مجموعة قيم X ، واكتب قانونه الاحتمالي واحسب توقعه.

رابعاً: حل المسألتين الآتيتين (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = ae^x + b\sqrt{e^x}$ مع a و b حقيقيان.

[1] عيّن a و b إذا علمت أن للتابع f قيمة حدية محلياً مساويةً -1 عند $x = 0$.

[2] بافتراض التابع المعرف وفق $f(x) = e^x - 2\sqrt{e^x}$. ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها.

[3] جد نقطة تقاطع الخط C مع محور الفواصل ثم ارسم ما وجدته من مقاربات وارسم C .

[4] ناقش بيانياً بحسب $m \in \mathbb{R}$ عدد حلول المعادلة $f(x) = m$.

[5] استنتج رسم الخط البياني C_g للتابع g المعيّن بالعلاقة: $g(x) = |e^x - 2\sqrt{e^x}|$ من الخط البياني C للتابع f .

[6] احسب S مساحة السطح المحصور بين C والمحورين Ox و Oy .

المسألة الثانية: ليكن $ABCDEFGH$ متوازي سطوح. وليكن I مركز ثقل المثلث BEG

[1] أثبت أن $3\vec{FI} = \vec{FB} + \vec{FE} + \vec{FG}$

[2] استنتج أن النقاط D و I و F تقع على استقامة واحدة.

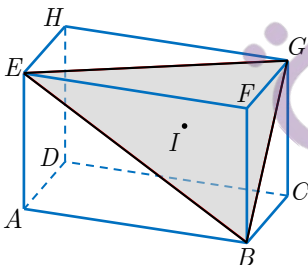
[3] إذا كانت $B(1,0,1)$ و $E(1,0,4)$ و $G(-1,0,3)$ جد مجموعة النقاط M تحقق $\|\vec{MB} + 2\vec{ME} - \vec{MG}\| = 2$ وجد معادلتها.

[4] جد مجموعة النقاط M تحقق $\|\vec{MB} + 2\vec{ME} - \vec{MG}\| = 2\|\vec{CB} - \vec{CM}\|$ وجد معادلتها.

[5] ادرس الوضع النسبي بين المجموعتين السابقتين.

[6] عيّن إحداثيات النقطة K بحيث يكون الرباعي $GBEK$ متوازي أضلاع.

انتهت الأسئلة



نموذج 2

أولاً: لكل سؤال فيما يأتي أربع خيارات إجابة واحدة فقط منها صحيحة. أجب عليها. (10 درجة لكل سؤال)

[1] ليكن المخروط الذي معادلته $y^2 + z^2 - 3x^2 = 0, 0 \leq x \leq 2$ نصف قطر قاعدة المخروط:

أ	$R = 3\sqrt{2}$	ب	$R = \sqrt{3}$	ج	$R = 3$	د	$R = 2\sqrt{3}$
---	-----------------	---	----------------	---	---------	---	-----------------

[2] المستوي $P: x + y + z = 1$ يقطع الكرة $S: (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$ بدائرة نصف قطرها

أ	$r = 6$	ب	$r = 3$	ج	$r = \sqrt{3}$	د	$r = \sqrt{6}$
---	---------	---	---------	---	----------------	---	----------------

[3] في $\mathbb{C}$ إذا كان $z = 1+i$ جذر للمعادلة $z^2 + (1-i)z - 2(1+i) = 0$ كان الجذر الآخر هو

أ	$z = -1-i$	ب	$z = -1+i$	ج	$z = 2$	د	$z = -2$
---	------------	---	------------	---	---------	---	----------

[4] مجموعة النقاط $M(z)$ التي تحقق $|iz+1| = 4$ هي دائرة:

أ	مركزها $(0,1)$	ب	مركزها $(0,-1)$	ج	مركزها $(1,0)$	د	مركزها $(-1,0)$
---	----------------	---	-----------------	---	----------------	---	-----------------

[5] f و g معرفين على $]-1, +\infty[$ وفق $f(x) = \ln(ex+e)$ و $g(x) = \frac{2x+1}{x+1}$ و C_f و C_g يقبلان مماساً مشتركاً. معادلة المماس

أ	$y = x$	ب	$y = x-1$	ج	$y = x+1$	د	$y = -x+1$
---	---------	---	-----------	---	-----------	---	------------

[6] ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = x+1+\sqrt{4x^2-1}$. معادلة مقاربه المائل في جوار $-\infty$ هي

أ	$y = -x+1$	ب	$y = 2x+1$	ج	$y = x+1$	د	$y = -2x+1$
---	------------	---	------------	---	-----------	---	-------------

[7] إذا كان $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan^2 x}{1+\tan x} dx$ و $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1+\tan x} dx$ فإن $I+J$ تساوي :

أ	$\ln 3$	ب	$\ln 2$	ج	$2\ln 3$	د	$2\ln 2$
---	---------	---	---------	---	----------	---	----------

[8] لتكن المتتاليتين (u_n) و (v_n) : $u_0 = 1, v_0 = 2, u_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3}, v_{n+1} = \frac{u_n + 4v_n}{5}$. عندئذ المتتالية $(w_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق $w_n = u_n - v_n$ هي متتالية:

أ	هندسية أساسها $\frac{2}{15}$	ب	هندسية أساسها $\frac{-1}{15}$	ج	هندسية أساسها $\frac{5}{15}$	د	هندسية أساسها $\frac{1}{15}$
---	------------------------------	---	-------------------------------	---	------------------------------	---	------------------------------

[9] ليكن كثير الحدود $f(x) = (1+2ax)^5(1+3x)^4$ ، إذا كانت امثال x تساوي 3 فإن قيمة a تساوي :

أ	0.9	ب	-0.9	ج	-0.8	د	0.8
---	-----	---	------	---	------	---	-----

[10] إذا علمت أن: $x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^6}{6} \leq f(x) \leq x - \frac{x^3}{3}$ أيًا كانت $x > 0$ فإن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-f(x)}{x^3}$ تساوي :

أ	$\frac{1}{2}$	ب	$\frac{1}{6}$	ج	$\frac{1}{3}$	د	0
---	---------------	---	---------------	---	---------------	---	---

ثانياً : أجب عن الأسئلة الثلاث الآتية. (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: لتكن S نقطة معرفة بالعلاقة $2\vec{AS} = \vec{CB} + \vec{CA} + 3\vec{AG}$ أثبت S تقع في (BCG) . جد ائقال لـ B, C, G حيث S مركز ابعادها .

السؤال الثاني: ليكن C الخط للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = xe^x$

أثبت أن المشتق من المرتبة n حيث $n \in \mathbb{N}^*$ يعطى بالعلاقة $f^{(n)}(x) = (x+n)e^x$ ثم أوجد $f^{(10)}(x)$

السؤال الثالث: عين الأعداد الطبيعية n التي تحقق الشرط: $16\binom{n+2}{2} = P_{n+3}^3$

ثالثاً: أجب عن التمارين الثلاث الآتية. (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية معرفة وفق $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2}$

[1] نعرف $x_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$ أثبت أن $(x_n)_{n \geq 0}$ هندسية.

[2] جد x_n بدلالة n . واحسب نهايتها.

[3] اكتب u_n بدلالة n واستنتج $u_n = \frac{3^n - 1}{3^n + 1}$. واحسب نهايتها.

التمرين الثاني: $a = 1 - \sqrt{3}i$ و $b = -1 + 3\sqrt{3}i$ و $c = 2 - 3\sqrt{3}i$

[1] تحقق أن A, B, C على استقامة واحدة.

[2] ليكن $d = \sqrt{3} + i$ صورة A وفق دوران مباشر مركزه O وزاويته θ احسبها. ثم استنتج طبيعة المثلث AOD .

[3] جد n التي تجعل $AOND$ معين.

[4] جد g مركز ابعاد $(A, 4), (B, -8), (C, -4)$.

[5] جد e صورة A وفق تحاك مركزه B ونسبته 2.

التمرين الثالث: ينفلاً عشوائياً كل خانة من الخانات الاربع ☐☐☐☐ بأحد العددين +1 أو -1 أو 0.

[1] بكم طريقة يمكن ملء هذه الخانات.

[2] ما احتمال أن يكون المجموع مساوياً 0.

[3] ليكن X المتحول العشوائي الذي يقرن بكل نتيجة عدد الخانات التي تحوي 0. عيّن مجموعة قيم X والقانون الاحتمالي والتوقع.

رابعاً: حل المسألتين الآتيتين (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: لدينا التابع f المعرفة وفق: $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ المعرفة على $]0, +\infty[$.

[1] ادرس تغيرات التابع f ثم ارسم خطه البياني C .

[2] احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C والمحور Ox والمستقيم $x = e$.

[3] قارن بين e^π و $x = \pi^e$.

[4] جد معادلة المماسات المارة في المبدأ.

[5] ما عدد حلول المعادلة $e \ln x - x = 0$.

[6] لتكن $(u_n)_{n \geq 1}$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ وفق $u_n = f(n)$ ادرس اطراد المتتالية.

المسألة الثانية: مكعب $ABCDEFGH$. و I تحقق $\overrightarrow{DI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$ و J تحقق $\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

[1] جد إحداثيات جميع النقاط في المعلم $(A; \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{4}\overrightarrow{AE})$.

[2] أوجد عددين حقيقيين a و b يحققان $\overrightarrow{HI} = a\overrightarrow{EG} + b\overrightarrow{EJ}$.

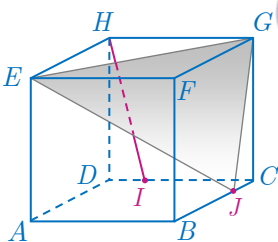
[3] أثبت أن المستقيم (HI) يوازي المستوي (EGJ) .

[4] جد معادلة المستوي (EGJ) . والتمثيل الوسيط للمستقيم المار من A وعمودي على (EGJ) .

[5] جد احداثيات T المرتسم القائم لـ A على (EGJ) .

[6] لتكن O مركز المكعب، اثبت أن $\cos GOB = \frac{-1}{3}$.

انتهت الأسئلة



نموذج 1

أولاً: لكل سؤال فيما يأتي أربع خيارات إجابة واحدة فقط منها صحيحة. أجب عليها. (10 درجة لكل سؤال)

[1] مجموعة النقاط $M(x, y, z)$ التي تحقق المعادلة: $x^2 + y^2 + z^2 - 10x + 2z + 28 = 0$ تمثل:

أ	النقطة $(5, 0, -1)$	ب	مجموعة النقط خالية	ج	كرة مركزها $(5, 0, -1)$ ونصف قطرها $\sqrt{2}$	د	كرة مركزها $(5, 0, -1)$ ونصف قطرها 2
---	---------------------	---	--------------------	---	--	---	---

[2] النقطتين $A(2, 6, 2)$ و $B(-2, 0, 2)$. عندئذ مجموعة $\mathcal{E}$ المكونة من النقاط $M(x, y, z)$ التي تحقق $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$ كرة:

أ	مركزها $(0, 3, 2)$ قطرها $2\sqrt{13}$	ب	مركزها $(0, 3, 2)$ قطرها $\sqrt{13}$	ج	مركزها $(2, 3, 0)$ قطرها $2\sqrt{13}$	د	مركزها $(2, 3, 0)$ قطرها $\sqrt{13}$
---	--	---	---	---	--	---	---

[3] إذا كان $z = -2e^{-i\frac{\pi}{5}}$ فإن $\arg(z)$ تساوي

أ	$-\frac{\pi}{5}$	ب	$\frac{4\pi}{5}$	ج	$-\frac{2\pi}{5}$	د	$\frac{2\pi}{5}$
---	------------------	---	------------------	---	-------------------	---	------------------

[4] ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة بالعلاقة $f(x) = \frac{ax+1}{bx-1}$. علماً أن: المستقيمان $y = 2$ و $x = 1$ مقاربان للخط C فإن

أ	$a = -2, b = 3$	ب	$a = 2, b = 1$	ج	$a = 2, b = 3$	د	$a = -2, b = 1$
---	-----------------	---	----------------	---	----------------	---	-----------------

[5] حلول المعادلة $z^2 - (2+3i)z - 1 + 3i = 0$

أ	$i, 2+2i$	ب	$2+i, 2i$	ج	$1+i, 1+2i$	د	$-i, -2-2i$
---	-----------	---	-----------	---	-------------	---	-------------

[6] $(u_n)_{n \geq 0}$ متتالية متقاربة معرفة وفق: $u_0 = 2$, $u_{n+1} = \sqrt{12 + u_n}$. إن $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ تساوي:

أ	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	ب	$\frac{1}{2}$	ج	1	د	0
---	----------------------	---	---------------	---	---	---	---

[7] المتتالية المتناقصة بين المتتاليات الآتية هي:

أ	$w_n = (-2)^n$	ب	$w_n = -2^n$	ج	$w_n = -(-2)^n$	د	$s_0 = -2, s_{n+1} = -3s_n$
---	----------------	---	--------------	---	-----------------	---	-----------------------------

[8] نتأمل المعادلة التفاضلية: $y' + y = e^{-2x}$. العدد a ليكون التابع $x \mapsto ae^{-2x}$ حلاً للمعادلة التفاضلية هو:

أ	1	ب	-1	ج	2	د	-2
---	---	---	----	---	---	---	----

[9] الحد المستقل عن x في المتشور $(x - \frac{1}{2x})^{10}$ هو:

أ	$-\frac{63}{8}$	ب	$\frac{63}{4}$	ج	$\frac{63}{8}$	د	$-\frac{63}{4}$
---	-----------------	---	----------------	---	----------------	---	-----------------

[10] ليكن التابع $f: x \mapsto \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x/2}$ عندئذ نهاية التابع f عند $+\infty$ هي

أ	e	ب	e^2	ج	e^{-1}	د	e^{-2}
---	-----	---	-------	---	----------	---	----------

ثانياً: أجب عن الأسئلة الثلاث الآتية. (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ليكن التابع f المعرفة على $]-\infty, -1[$ وفق $f(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) + \frac{1}{x+1}$

أثبت $g(x) = x \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$ تابع أصلي على $]-\infty, -1[$ ثم استنتج ناتج $I = \int_{-1-e}^{-2} f(x) dx$

السؤال الثاني: ليكن التابع $f(x) = x - \ln x$ المعرفة على $]0, +\infty[$ والمطلوب:

جد $f(1)$ واحسب $f'(x)$ على هذا المجال ثم جد $f'(1)$. ثم استنتج نهاية $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \ln x - 1}{x - 1}$

السؤال الثالث: اثبت أن $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$ ثم جد $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - \cos x}{x \sin x}$ ثم $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x dx$

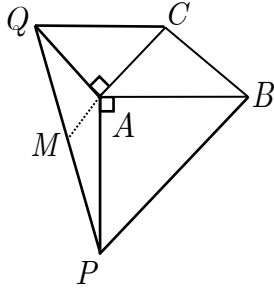
ثالثاً: أجب عن التمارين الثلاث الآتية. (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: $(u_n)_{n \geq 0}$ معرفة وفق: $u_0 = 1, u_1 = 4, u_{n+1} = 6u_n - 5u_{n-1}$. لتكن $(v_n)_{n \geq 0}$ المتتالية $v_n = u_n - u_{n-1}$.
[1] أثبت أن $(v_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية.

[2] عبّر عن v_n بدلالة n . وجد نهايتها.

[3] جد $s_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ بدلالة n ثم بدلالة u_n ثم استنتج u_n بدلالة n .

التمرين الثاني: نتأمل مثلثاً ABC . نُنشئ على هذا المثلث المثلثين APB و ACQ مثلثين قائمين في A ومتساويي الساقين مباشرين. نختر معلم مباشر مناسب مبدأه النقطة A .



[1] احسب بدلالة b و c الأعداد p و q .

[2] احسب بدلالة b و c العدد m . حيث M منتصف PQ .

[3] أثبت تعامد المستقيمين (CB) و (AM) . وأن $BC = 2AM$.

التمرين الثالث: يحتوي صندوق على ثلاث كرات بيضاء وكرتان سوداوان. نسحب

عشوائياً وفي آن معاً كرتين. ليكن المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 2 إذا كانت الكرتان المسحوبتان بيضاوان، ويأخذ القيمة -1 إذا كانت كرة بيضاء وكرة سوداء، ويأخذ القيمة n إذا كانت الكرتان المسحوبتان سوداوان.

[1] احسب $P(X=2)$ و $P(X=-1)$. استنتج $P(X=n)$.

[2] عيّن القانون الاحتمالي للمتحوّل العشوائي X .

[3] احسب n كي يكون توقعه الرياضي 0.

رابعاً: حل المسألتين الآتيتين (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن f التابع المعرف على المجال $I =]-\infty, -1[\cup]0, +\infty[$ وفق $f(x) = \ln\left(\frac{x}{1+x}\right)$. لتكن $(u_n)_{n \geq 1}$

متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ وفق $u_n = f(n)$.

[1] ادرس تغيرات f على $]0, +\infty[$ ونظّم جدولاً بها واكتب معادلة كل مقارب.

[2] ارسم الخط C على $]0, +\infty[$.

[3] أثبت أن النقطة $A(-\frac{1}{2}, 0)$ هي مركز تناظر للخط C ، ثم استنتج رسم الخط البياني للتابع f .

[4] استنتج ارسم الخط للتابع $g(x) = \ln(x) - \ln(1+x)$.

[5] نضع $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ جد S_1 و S_2 ثم أثبت أن $S_n = -\ln(n+1)$. ثم جد نهاية هذه المتتالية $(S_n)_{n \geq 1}$.

المسألة الثانية: في معلم متجانس، نتأمل النقاط $A(1, 3, 4)$ و $B(5, 3, 4)$ و $C(4, -1, 2)$.

[1] أثبت أن C لا تقع على المستقيم (AB) .

[2] لتكن N نقطة من المستقيم (AB) جد إحداثيات N بدلالة x .

[3] احسب NC^2 بدلالة x . استنتج بُعد C عن (AB) .

[4] جد معادلة للكرة التي مركزها C وتمس المستقيم (AB) .

[5] جد معادلة المستوي الذي يحوي المستقيم (AB) والنقطة C . ثم استنتج نصف قطر دائرة المقطع بين المستوي والكرة.

انتهت الأسئلة

نموذج 3

أولاً: لكل سؤال فيما يأتي أربع خيارات إجابة واحدة فقط منها صحيحة. أجب عليها. (10 درجة لكل سؤال)

[1] في معلم متجانس، لدينا $A(-1, -2, 3)$, $B(3, 0, 1)$ معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

أ	$4x + y - z = -1$	ب	$4x + y - z = 1$	ج	$2x + y - z = 1$	د	$2x + y - z = -1$
---	-------------------	---	------------------	---	------------------	---	-------------------

[2] ليكن f المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = x3^{-x}$ فإن $f'(x)$ يساوي:

أ	$(1 + x \ln 3)3^{-x}$	ب	$(1 - x \ln 3)3^{-x}$	ج	-3^{-x-1}	د	$(1 - x)3^{-x}$
---	-----------------------	---	-----------------------	---	-------------	---	-----------------

[3] المقدار $A = |z + 2i|^2 + |z - 2i|^2$ يكافئ:

أ	$2 z ^2$	ب	$2 z ^2 + 8$	ج	$ z ^2 + 2$	د	$ z ^2 + 4$
---	----------	---	--------------	---	-------------	---	-------------

[4] في معلم متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$, L, z, w أعداد عقدية تحقق $|z| = |L| = 1$ و $w = \frac{z - L}{1 + Lz}$ مع $Lz \neq -1$. عندئذ:

أ	$\bar{w} = \frac{1}{w}$	ب	$ w = 2$	ج	$\bar{w} = w$	د	$\bar{w} = -w$
---	-------------------------	---	-----------	---	---------------	---	----------------

[5] نهاية التابع $f: x \mapsto x \ln(1 + \frac{1}{x})$ عند $-\infty$ تساوي:

أ	0	ب	$+\infty$	ج	$-\infty$	د	1
---	---	---	-----------	---	-----------	---	---

[6] ليكن f التابع المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$, $x \neq 0$ و $f(x) = m$, $x = 0$. قيمة m التي تجعل للتابع f نهاية عند 0 هي:

أ	1	ب	2	ج	-2	د	0
---	---	---	---	---	----	---	---

[7] نلقي خمس قطع نقود متوازنة في آن معاً. عندئذ يكون احتمال الحصول على الوجه H مرة على الأقل:

أ	$\frac{1}{32}$	ب	$\frac{11}{32}$	ج	$\frac{31}{32}$	د	$\frac{13}{32}$
---	----------------	---	-----------------	---	-----------------	---	-----------------

[8] العدد: $I = \int_0^1 x e^{-x} dx$ ، يساوي:

أ	$1 + (\lambda + 1)e^{-\lambda}$	ب	$1 - (\lambda + 1)e^{-\lambda}$	ج	$1 - (\lambda + 1)e^{\lambda}$	د	$1 + (\lambda + 1)e^{\lambda}$
---	---------------------------------	---	---------------------------------	---	--------------------------------	---	--------------------------------

[9] الشرط على العدد الطبيعي n كي يحتوي منشور $\left(x^3 + \frac{1}{x}\right)^n$ على حد ثابت مستقل عن x . هو أن تكون n من مضاعفات

أ	3	ب	4	ج	5	د	6
---	---	---	---	---	---	---	---

[10] نتأمل $A(2, -5, 1)$ و $B(0, 2, 6)$. والمستقيم d شعاع توجيهه $\vec{u}$. مركبات $\vec{u}$ التي تجعل d عمودي على (AB) .

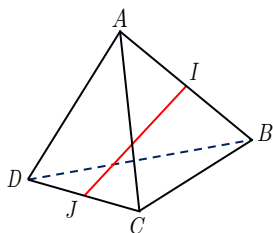
أ	$\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$	ب	$\vec{u} = -4\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$	ج	$\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$	د	$\vec{u} = -4\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$
---	--	---	---	---	---	---	--

ثانياً: أجب عن الأسئلة الثلاث الآتية. (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: $ABCD$ رباعي وجوه. فيه I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[CD]$.

[1] اكتب $\vec{IJ}$ بدلالة $\vec{AD}$ و $\vec{BC}$.

[2] استنتج أن الأشعة $\vec{AC}, \vec{BD}, \vec{IJ}$ مرتبطة خطياً.



السؤال الثاني: ارسم ماذا تمثل مجموعة نقاط المعادلة: $\ln y - 2\ln(-x) = 0$ والمعادلة $\ln y + \ln(-x) = 0$. ثم جد حل المعادلتين.

السؤال الثالث: لتكن $S = \{1, 2, 3, \dots, 14, 15\}$. كم عدد المجموعات الجزئية المكونة من ثلاثة عناصر من S مجموعها من مضاعفات العدد 3 ؟

ثالثاً: أجب عن التمارين الثلاث الآتية. (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: المتتالية $(v_n)_{n \geq 1}$ معرفة وفق $v_1 = 1, v_{n+1} = 2v_n + 1$

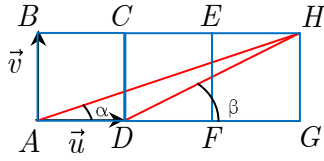
[1] أثبت أن $t_n = \frac{1}{v_n + 1}$ متتالية هندسية ثم اكتب t_n بدلالة n .

[2] اكتب v_n بدلالة n . ما نهايتها؟

[3] أثبت أن $d_n = \ln(t_n)$ متتالية حسابية ثم اكتب d_n بدلالة n .

[4] نضع $S_n = t_1 + t_3 + \dots + t_{2n-1}$. احسب S_n بدلالة n .

التمرين الثاني: بمثل متجانس مناسب. لدينا $ABCD$ و $DCEF$ و $FEGH$ ثلاثة مربعات طول ضلع كل منها 1



[1] اكتب الأعداد العقدية التي تمثل كل من النقاط H و D و A .

[2] اكتب العدد الممثل لـ $\overrightarrow{AH}$ و $\overrightarrow{DH}$ بالشكل الاسي والجبري بدلالة α, β .

[3] اكتب $z = z_{\overrightarrow{AH}} \times z_{\overrightarrow{DH}}$ بالشكل الاسي والجبري

[4] استنتج $\cos(\alpha + \beta)$.

التمرين الثالث: نرد متوازن فيه أربعة وجوه ملونة بالأسود ووجهان ملونان بالأحمر نلقي الحجر خمس مرات على التوالي.

[1] ما احتمال أن يظهر وجه اسود أول مرة عند آخر إلقاء للحجر ؟

[2] ما احتمال أن يظهر وجه اسود مرة على الأقل؟

[3] ما قانون المتحول العشوائي X الذي يعدّ عدد الوجوه السوداء اللون التي نحصل عليها.

[4] جد التوقع والتباين للمتحول العشوائي X .

رابعاً: حل المسألتين الآتيتين (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \ln(e^x + e^{-x})$.

[1] بين أنّ التابع f زوجي، وادرس تغيرات f على $I = [0, +\infty[$.

[2] أثبت أن الخط C يقبل مماساً وحيداً Δ موازياً لمحور الفواصل.

[3] أثبت أن $f(x) = x + \ln(1 + e^{-2x})$ ، ثم استنتج معادلة المقارب المائل عند $+\infty$.

[4] استنتج معادلة المقارب المائل عند $-\infty$. ثم ارسم C .

[5] استنتج رسم الخط البياني للتابع المعرفة وفق $f(x) = x + \ln(e + e^{-2x+1})$.

المسألة الثانية: في معلم، لدينا $P: 2x + y - z - 1 = 0$, $Q: x - y + z + 2 = 0$ ولتكن النقطتان $A(1, 1, 1), B(-1, 2, 0)$.

[1] أثبت تقاطع المستويين P و Q وهل هما متعامدان.

[2] جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d الذي يمثل فصلهما المشترك.

[3] احسب بُعد A عن كلٍّ من المستويين P و Q .

[4] استنتج بُعد النقطة A عن الفصل المشترك للمستويين P و Q .

[5] جد معادلة للمستوي W العمودي على P ويمر بالنقطتين A و B .

[6] جد الحل المشترك للمستويات الثلاث P و Q و W .

انتهت الأسئلة