مادة الرياضيات

نموذج تجريبي للصف الثالث الثانوي العلمي

للعام الدراسي 2025-2026

نموذج 1

الاسم:

المدة: 3 ساعات ونصف

الدرجة: 600 درجة

أولاً: لكل سؤال فيما يأتي أربع خيارات إجابة واحدة فقط منها صحيحة. أجب عليها. (10 درجة لكل سؤال)

[1] مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق المعادلة: $x^2+y^2+z^2-10x+2z+28=0$ تمثل:

أ	النقطة $(5,0,-1)$	ب	مجموعة النقط خالية	ج	كرة مركزها $(5,0,-1)$ ونصف قطرها $\sqrt{2}$	د	كرة مركزها $(5,0,-1)$ ونصف قطرها 2

[2] النقطتين $A(2,6,2)$ و $B(-2,0,2)$. عندئذ مجموعة $\mathcal{E}$ المكوّنة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تُحقّق $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$ كرة:

أ	مركزها $(0,3,2)$ قطرها $2\sqrt{13}$	ب	مركزها $(0,3,2)$ قطرها $\sqrt{13}$	ج	مركزها $(2,3,0)$ قطرها $2\sqrt{13}$	د	مركزها $(2,3,0)$ قطرها $\sqrt{13}$

[3] إذا كان $z=-2e^{-i\frac{\pi}{5}}$ فإنّ $\arg(z)$ تساوي

أ	$\frac{-\pi}{5}$	ب	$\frac{4\pi}{5}$	ج	$\frac{-2\pi}{5}$	د	$\frac{2\pi}{5}$

[4] ليكن $\mathcal{C}$ الخط البياني للتابع f المعرف بالعلاقة $f(x)=\frac{ax+1}{bx-1}$. علماً أنّ: المستقيمان $y=2$ و $x=1$ مقاربان للخط $\mathcal{C}$ فإن

أ	$a=-2,b=3$	ب	$a=2,b=1$	ج	$a=2,b=3$	د	$a=-2,b=1$

[5] حلول المعادلة $z^2-(2+3i)z-1+3i=0$

أ	$i,2+2i$	ب	$2+i,2i$	ج	$1+i,1+2i$	د	$-i,-2-2i$

[6] $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية متقاربة معرّفة وفق : $u_0=2$, $u_{n+1}=\sqrt{12+u_n}$. إنّ $\lim\limits_{n\to\infty}u_n$ تساوي :

أ	-3	ب	4	ج	1	د	3

[7] المتتالية المتناقصة بين المتتاليات الآتية هي :

أ	$w_n=(-2)^n$	ب	$w_n=-2^n$	ج	$w_n=-(-2)^n$	د	$s_0=-2$, $s_{n+1}=-3s_n$

[8] نتأمّل المعادلة التفاضلية : $y'+y=e^{-2x}$. العدد a ليكون التابع $x\mapsto ae^{-2x}$ حلاً للمعادلة التفاضلية هو:

أ	1	ب	-1	ج	2	د	-2

[9] الحد المستقل عن x في المنشور $(x-\frac{1}{2x})^{10}$ هو:

أ	$-\frac{63}{8}$	ب	$\frac{63}{4}$	ج	$\frac{63}{8}$	د	$-\frac{63}{4}$

[10] ليكن التابع $f:x\mapsto\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x/2}$ عندئذ نهاية التابع f عند $+\infty$ هي

أ	e	ب	e^2	ج	e^{-1}	د	e^{-2}

ثانياً : أجب عن الأسئلة الثلاث الآتية. (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ليكن التابع f المعرفة على $]-\infty,-1[$ وفق $f(x)=\ln(\frac{x}{x+1})+\frac{1}{x+1}$

أثبت $g(x)=x\ln(\frac{x}{x+1})$ تابع أصلي على $]-\infty,-1[$ ثم استنتج ناتج $I=\int_{-1-e}^{-2}f(x)dx$

السؤال الثاني: ليكن التابع $x\mapsto f(x)=x-\ln x$ المعرف على $I=]0,+\infty[$ والمطلوب:

جد $f(1)$ واحسب $f'(x)$ على هذا المجال ثم جد $f'(1)$. ثم استنتج نهاية $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-\ln x-1}{x-1}$.

السؤال الثالث: اثبت أن $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$. ثم جد $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos(3x)-\cos x}{x\sin x}$. ثم $\int_0^{\pi/2}\cos^3 x\,dx$.

ثالثاً: أجب عن التمارين الثلاث الآتية. (60 درجة لكل تمرين)

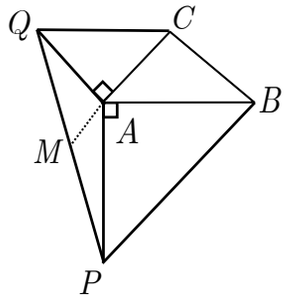
التمرين الأول: $(u_n)_{n\geq 0}$ معرّفة وفق: $u_0 = 1,\ u_1 = 4,\ u_{n+1} = 6u_n - 5u_{n-1}$. لتكن $(v_n)_{n\geq 0}$ المتتالية $v_n = u_n - u_{n-1}$.

[1] أثبت أنَّ $(v_n)_{n\geq 1}$ متتالية هندسية.

[2] عبّرْ عن v_n بدلالة n. وجد نهايتها.

[3] جد $s_n = v_1 + v_2 + \ldots + v_n$ بدلالة n ثم بدلالة u_n ثم استنتج u_n بدلالة n.

التمرين الثاني: نتأمّل مثلّثاً ABC . نُنشئ على هذا المثلث المثلثين ACQ و APB مثلثين قائمين في A ومتساويي الساقين مباشرين. نختر معلم مباشر مناسب مبدأه النقطة A.



[1] احسب بدلالة b و c الأعداد q و p .

[2] احسب بدلالة b و c العدد m . حيث M منتصف PQ.

[3] أثبت تعامد المستقيمين (CB) و (AM). وأن $BC = 2AM$.

التمرين الثالث: يحتوي صندوق على ثلاث كرات بيضاء وكرتان سوداوان. نسحب عشوائياً وفي آن معاً كرتين. ليكن المتحوّل العشوائي X الذي يأخذ القيمة 2 إذا كانت الكرتان المسحوبتان بيضاوان، ويأخذ القيمة -1 إذا كانت كرة بيضاء وكرة سوداء، ويأخذ القيمة n إذا كانت الكرتان المسحوبتان سوداوان.

[1] احسب $P(X=2)$ و $P(X=-1)$. استنتج $\mathbb{P}(X=n)$.

[2] عيّن القانون الاحتمالي للمتحوّل العشوائي X.

[3] احسب n كي يكون توقعه الرياضي 0.

رابعاً: حل المسألتين الآتيتين (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن f التابع المعرف على المجال $I =]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$ وفق $f(x) = \ln\left(\frac{x}{1+x}\right)$. لتكن $(u_n)_{n\geq 1}$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ وفق $u_n = f(n)$.

[1] ادرس تغيرات f على $]0,+\infty[$ ونظِّم جدولاً بها واكتب معادلة كل مقارب.

[2] ارسم الخط $\mathcal{C}$ على $]0,+\infty[$.

[3] أثبت أنَّ النقطة $A(-\frac{1}{2},0)$ هي مركز تناظر للخط $\mathcal{C}$، ثم استنتج رسم الخط البياني للتابع f .

[4] استنتج ارسم الخط للتابع $g(x) = \ln\left(\frac{1+x}{x}\right)$.

[5] نضع $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ جد S_1 و S_2 ثم أثبت أنَّ $S_n = -\ln(n+1)$. ثم جد نهاية هذه المتتالية $(S_n)_{n\geq 1}$.

المسألة الثانية: في معلم متجانس، نتأمّل النقاط $A(1,3,4)$ و $B(5,3,4)$ و $C(4,-1,2)$.

[1] أثبت أنَّ C لا تقع على المستقيم (AB).

[2] لتكن N نقطة من المستقيم (AB) جد إحداثيات N بدلالة x.

[3] احسب NC^2 بدلالة x. استنتج بُعد C عن (AB).

[4] جد معادلة للكرة التي مركزها C وتمس المستقيم (AB).

[5] جد معادلة المستوي الذي يحوي المستقيم (AB) والنقطة C. ثم استنتج نصف قطر دائرة المقطع بين المستوي والكرة.

انتهت الأسئلة

حل النموذج (1)

أولاً :

1 ملاحظة : عند وجود مجهول ومربعه نقسم المجهول على مربع كامل

<0 كرة | $=0$ نقطة | >0 مجموعة فارغة

$x^2+y^2+z^2-10x+2z+28=0$

$x^2-10x+y^2+z^2+2z+28=0$

$x^2-10x+25-25+y^2+z^2+2z+1-1+28=0$

$(x-5)^2+y^2+(z+1)^2=-2$

مجموعة النقط فارغة

الإجابة الصحيحة - ب -

---

2 $A(2,6,2)$ $B(-2,0,2)$ $M(x,y,z)$

$\vec{MA}\cdot\vec{MB}=0$

$\vec{AM}\cdot\vec{BM}=0$

$\begin{pmatrix}x-2\\y-6\\z-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x+2\\y\\z-2\end{pmatrix}=0$

$(x-2)(x+2)+y(y-6)+(z-2)(z-2)=0$

$x^2-4+y^2-6y+9-9+(z-2)^2=0$

$x^2+(y-3)^2+(z-2)^2=13$

كرة مركزها $(0,3,2)$ ونصف قطرها $R=\sqrt{13}$

الإجابة الصحيحة : - ب -

---

3 ملاحظة : إذا كانت الطويلة تحوي :

(-) تخفيها ونضيف π للزاوية

(+) تخفيها ونضيف $\frac{\pi}{2}$ للزاوية

(-) تخفيها ونضيف $-\frac{\pi}{2}$ للزاوية

$z=-2e^{-i\frac{\pi}{5}}=2e^{i(-\frac{\pi}{5}+\pi)}=2e^{i\frac{4\pi}{5}}$

الإجابة الصحيحة - ب -

---

4 $f(x)=\frac{ax+1}{bx-1}$

$\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\pm\infty$ أي $x=1$ مقارب شاقولي

$\frac{a+1}{b-1}=\pm\infty \Rightarrow b-1=0 \Rightarrow \boxed{b=1}$

$\lim\limits_{x\to} f(x)=2$ مقارب أفقي أي $y=2$

$\frac{ax}{bx}=2 \Rightarrow \frac{a}{1}=2 \Rightarrow \boxed{a=2}$

الإجابة الصحيحة - ب -

---

5 ملاحظة : يمكن حل المعادلة على Δ وتتبع Δ منها : نوجد الجذور التربيعية لعدد Δ ثم نوجد الحلول ويكن الأفضل في أسئلة الاختيار من متعدد تعويض الإجابات بالمعادلة

$z_1+z_2=-\frac{b}{a}$ أو $z_1z_2=\frac{c}{a}$

الإجابة الصحيحة - ج -

---

6 ملاحظة : نهاية المتتالية المعرفة بقرب صديق نوجدها بإشارتها تابع أما المعرفة بالتربيعي فهي حل المعادلة $f(x)=x$

$\sqrt{12+x}=x \qquad x\geq 0$

$12+x=x^2$

$0=x^2-x-12$

$0=(x-4)(x+3)$ ← $x=4$ مقبول، $x=-3$ مرفوض

$\Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} u_n=4$

الإجابة الصحيحة - ب -

---

7 (أ) و (ج) غير صحيحة لأن 0^{-2} غير معرفة

(د) غير صحيحة لأن تأثير القسمة لا يكون إستقامة إلا إذا كانت حدود المتتالية موجبة تماماً

الإجابة الصحيحة - ب -

---

8 $f(x)=ae^{-2x} \qquad f'(x)=-2ae^{-2x}$

نعوض بالمعادلة

$-2ae^{-2x}+ae^{-2x}=e^{-2x}$

$-2a+a=1$ و $a=-1$

الإجابة الصحيحة - ب -

⑨ $(x-\frac{1}{2x})^{10}$

$T_{r+1} = \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$

$= \binom{10}{r} (x)^{10-r} (-\frac{1}{2x})^r$

$= \binom{10}{r} (x)^{10-r} (-\frac{1}{2})^r (x)^{-r}$

$= \binom{10}{r} (x)^{10-2r} (-\frac{1}{2})^r$

الحد المستقل عن x هو عندما $10-2r=0$

$r=5$

$T_5 = \binom{10}{5} (-\frac{1}{2})^5$

$= \frac{10\times9\times8\times7\times6}{5\times4\times3\times2\times1} (-\frac{1}{2})^5 = -\frac{63}{8}$

الإجابة الصحيحة - أ -

---

⑮ $f(x) = \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$

نهاية صيغة 1^∞

① نجعل داخل القوس $(1+\text{نهاية})$

② نأخذ $e^{\ln}$ القوس السابق ونبقيه

③ نضرب ونقسم على النهاية ثم نستنتج $\lim_{x\to\infty} \ln(1+x)^{\frac{1}{x}} = 1$

$f(x) = \left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$

$f(x) = e^{\ln(1+\frac{4}{x-1})^{\frac{x}{2}}}$

$= e^{\frac{x}{2}\cdot\frac{4}{x-1}\cdot\frac{\ln(1+\frac{4}{x-1})}{\frac{4}{x-1}}}$ (النهاية = 1)

$\lim_{x\to\infty} f(x) = e^2$

الإجابة الصحيحة - ب -

ثانياً:

السؤال الأول:

$f(x) = \ln\left(\frac{x}{1+x}\right) + \frac{1}{x+1}$ $\quad]-\infty,-1[$

$g(x) = x\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$

ملاحظة: عندما يكون لدينا تابعين

تابع وتابعه الأصلي لا داعي لذكر كامل

نشتق التابع الأصلي للوصول لـ f

$]-\infty,-1[$ الحل: اشتقاق كل من g

$g'(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) + \frac{x+1}{x}\left(\frac{1}{(x+1)^2}\right)(x)$

$= \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) + \frac{1}{x+1} = f(x)$

$g(x)$ تابع أصلي لـ f على $]-\infty,-1[$

$\int_{-1-e}^{-2} f(x)\,dx$ $\quad [g(x)]_{-1-e}^{-2}$

$= F(-2) - F(-1-e)$

$= 2\ln(2) - (1-1-e)\ln\left(\frac{-1-e}{-e}\right)$

$= \ln\left(\frac{1}{4}\right) + (1+e)\ln\left(\frac{1+e}{e}\right)$

السؤال الثاني:

$f(x) = x - \ln x$ $\quad I =]0,+\infty[$

$f(1) = 1$

f اشتقاق على $]0,+\infty[$

$f'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$

$f'(1) = 0$

f اشتقاق عند 1

حسب تعريف العدد المشتق

$f'(1) = \lim_{x\to1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$

$= \lim_{x\to1} \frac{x-\ln x-1}{x-1} = 0$

السؤال الثالث:

$\cos^3 x = \frac{1}{4}(3\cos x + \cos 3x)$

$\cos^3 x = (\cos x)^3 = \left(\frac{e^{ix}+e^{-ix}}{2}\right)^3$

$= \frac{1}{8}(e^{ix}+e^{-ix})^3$

$= \frac{1}{8}(e^{i3x}+3e^{ix}+3e^{-ix}+e^{-i3x})$

$$= \frac{1}{8}\left(e^{i3x} + e^{-i3x} + 3\left(e^{ix} + e^{-ix}\right)\right)$$

$$\Rightarrow \cos^3 x = \frac{1}{8}(2\cos 3x + 6\cos x)$$

$$\cos^3 x = \frac{1}{4}(\cos 3x + 3\cos x)$$

إيجاد النهاية

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{x \sin x}$$

$$\cos^3 x = \frac{1}{4}(\cos 3x + 3\cos x)$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x = \cos 3x$$

نعوض بالنهاية

$$\lim_{x \to 0} \frac{4\cos^3 x - 3\cos x - \cos x}{x \sin x}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{4\cos^3 x - 4\cos x}{x \sin x}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{-4\cos x \cdot \sin^2 x}{x \cdot \sin x} = \lim_{x \to 0} -4\cos x \left(\frac{\sin x}{x}\right)$$

$$= -4(1)(1) = -4$$

لأن $\lim_{x \to 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right) = 1$

حساب التكامل:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x \, dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{4}(3\cos x + \cos 3x)\, dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}\left(3\sin x + \frac{1}{3}\sin 3x\right)\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \left(\frac{1}{4}\left(3 - \frac{1}{3}\right)\right) - (0) = \frac{1}{4}\left(\frac{8}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

ثانياً: التمرين الأول:

$$U_{n+1} = 6U_n - 5U_{n-1}$$

$$U_0 = 1 \quad U_1 = 4$$

$$V_n = U_n - U_{n-1}$$

1

$$V_{n+1} = U_{n+1} - U_n$$

$$= 6U_n - 5U_{n-1} - U_n$$

$$= 5U_n - 5U_{n-1} = 5(U_n - U_{n-1}) = 5V_n$$

$q = 5$ ، هندسية

2

$$V_1 = U_1 - U_0 = 4 - 1 = 3$$

$$V_n = V_1 q^{n-1} = 3(5)^{n-1} = \frac{3}{5}(5)^n$$

3

$$S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

مجموع حدود متتالية هندسية أساسها $q = 5$

$V_1 = 3$ حدها الأول

$K = j - i + 1 = n$ عدد الحدود

$$\Rightarrow S = \frac{a(1-q^k)}{1-q}$$

$$= \frac{3(1-(5)^n)}{1-5} = -\frac{3}{4}(1-(5)^n)$$

$$\boxed{V_n = U_n - U_{n-1}}$$

$$V_1 = U_1 - U_0$$

$$V_2 = U_2 - U_1$$

$$V_3 = U_3 - U_2$$

$$\vdots$$

$$V_n = U_n - U_{n-1}$$

$$\Rightarrow S_n = U_n - U_0$$

$$U_n = S_n + U_0$$

$$\Rightarrow U_n = -\frac{3}{4}(1-(5)^n) + 1$$

التمرين الثاني:

ملاحظات على مسائل الهندسة وفق التطبيقات المقررة

1. نفرض معلم مركزه نقطة تجمع المرايا غالباً تكون قائمة.
2. نستفيد من المربعات والمثلثات القائمة والمستقيمات الساقطين في الدوران زاوية $\frac{\pi}{2}$

③ نستفيد من المثلث مساوي الأضلاع في الدوران زاويته $\frac{\pi}{3}$.

④ يستفيد من مستقيمي الأضلاع في متساوي ساقين أو جمع أمتعة لهما نفس البداية.

⑤ نستفيد من منتصف قطعة مستقيمة ومركز ثقل المثلث ومركز الأبعاد بالقوانين.

التمرين الثاني

الجزء 1 : لدينا معلم متعامد ومركزه A

$z_A = 0$

① في المثلث PAB قائم في A ومتساوي الساقين

P هي صورة B وفق دوران مركزه A وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

$z' = e^{i\theta} z$

$= e^{-i\frac{\pi}{2}} b \Rightarrow p = -ib$

في المثلث CAQ القائم في A ومتساوي الساقين

Q هي صورة C وفق دوران مركزه A وزاويته $+\frac{\pi}{2}$

$z' = e^{i\theta} z \Rightarrow q = e^{i\frac{\pi}{2}} c \Rightarrow q = ic$

②

$m = \frac{p+q}{2}$

$= \frac{-ib+ic}{2} = \frac{ic-ib}{2}$

③

$\frac{z_{\overrightarrow{AM}}}{z_{\overrightarrow{BC}}} = \frac{m-q}{c-b} = \frac{\frac{ic-ib}{2} - 0}{c-b}$

$= \frac{i(c-b)}{2} \times \frac{1}{c-b}$

$= \frac{1}{2}i$

$\frac{AM}{BC} = \left|\frac{z_{\overrightarrow{AM}}}{z_{\overrightarrow{BC}}}\right|$ $\quad \arg\left(\frac{z_{\overrightarrow{AM}}}{z_{\overrightarrow{BC}}}\right)$

$= \left|\frac{1}{2}i\right|$ $\quad \arg\left(\frac{1}{2}i\right)$

$\frac{AM}{BC} = \frac{1}{2}$ $\quad = \frac{\pi}{2}$

$BC = 2AM$ $\quad AM \perp BC$

التمرين الثالث :

2	3	
b	w	

نسحب عشوائيا كريتين

$X = \{2, -1, n\}$

2w ← 2 ; 1w 1b ← -1 ; bb ← n

$p(X=2) = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{5}{2}} = \frac{3}{10}$ ①

$p(X=-1) = \frac{\binom{3}{1}\binom{2}{1}}{\binom{5}{2}} = \frac{6}{10}$

$p(X=n) = 1 - (p(X=2) + p(X=-1))$

$= 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$

②

x_i	2	-1	n
p_i	$\frac{3}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$
$x_i p_i$	$\frac{6}{10}$	$-\frac{6}{10}$	$\frac{n}{10}$

③

$E(X) = 0$

$\sum_{i=1}^{3} x_i p_i = 0 \Rightarrow \frac{n}{10} = 0$

$\Rightarrow n = 0$

الجزء 2 : الحالة الأولى

$f(x) = \ln\left(\frac{n}{1+x}\right)$

$I =]-\infty, -1[\cup]0, +\infty[$

$u_n = f(n) = \ln\left(\frac{n}{1+n}\right)$ $\quad n \geq 1$ $\quad n \in \mathbb{N}^*$

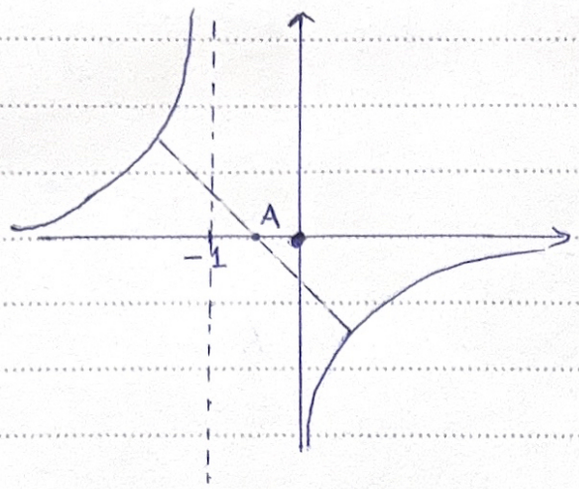
① $\lim_{x \to 0} f(x) = \ln(0) = -\infty$

C_f مقارب شاقولي للخط $\Delta_1 : x = 0$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \ln(1) = 0$

$\Delta_2 : y = 0$ مقارب أفقي

$+\infty$ بجوار C_f الخط



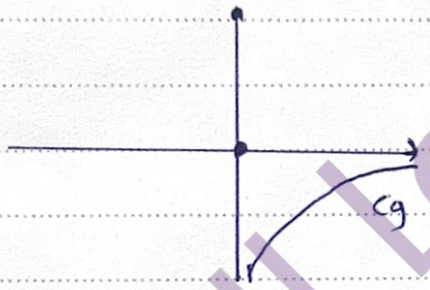
$g(x) = f(x) - f(1+x)$ ④

$x > 0 \qquad x > -1$

$\Rightarrow D_g =]0, +\infty[$

$g(x) = f\left(\frac{x}{1+x}\right) = f(x)$

$]0,+\infty[$ على $f(x)$ يحقق $g(x)$



$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ ⑤

$S_1 = u_1 = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 2$

$S_2 = u_1 + u_2 = f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right)$

$= f\left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) = -\ln 3$

$u_1 = f\left(\frac{1}{2}\right)$

$u_2 = f\left(\frac{2}{3}\right)$

$u_3 = f\left(\frac{3}{4}\right)$

$\vdots$

$u_n = f\left(\frac{n}{n+1}\right)$

$S_n = f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) + f\left(\frac{3}{4}\right) + \dots$

$\dots + f\left(\frac{n}{n+1}\right)$

$= f\left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{n}{n+1}\right)$

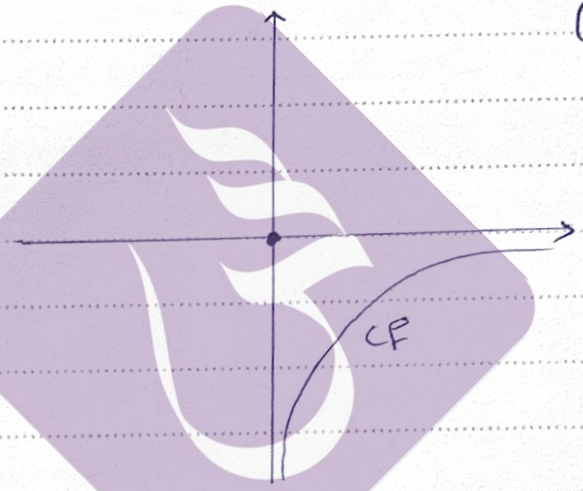
$= f\left(\frac{1}{n+1}\right) = f(1) - f(n+1)$

$f'(x) = \frac{1+x}{x}\left(\frac{1}{(1+x)^2}\right)$

$f'(x) = \frac{1}{x(1+x)} > 0$

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$
$f(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow$ 0

②



③

$A\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

$D_f =]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$

$2x_0 - x = -1 - x$

$2y_0 = 0$

① $\forall x \in]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$

$-x \in]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$

$\Longrightarrow -1-x \in]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$

② $f(x) + f(2x_0 - x) \stackrel{?}{=} 2y_0$

$f(x) + f(-1-x) \stackrel{?}{=} 0$

$L_1 = f(x) + f(-1-x)$

$= f\left(\frac{x}{1+x}\right) + f\left(\frac{-1-x}{-x}\right)$

$= f\left(\frac{x}{1+x} + \frac{1+x}{x}\right) = f(1) = 0 = L_2$

$\Longleftarrow$ بالتالي $A\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ مركز تناظر لـ C_f

$]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$ على f تقعر

$= -\ln(n+1)$

ومنه المطلوب

$\lim\limits_{n \to +\infty} S_n = -\ln(\infty) = -\infty$

المسألة الثانية

① $\vec{AB}(4,0,0)$ ، $\vec{AC}(3,-4,2)$

$\frac{4}{3} \neq \frac{0}{-4}$: لأن

الركيزة غير متناسبة فالمتجهات غير مرتبطة خطياً

فالنقاط A, B, C لا تقع على استقامة واحدة

أي: $C \notin (AB)$

② ليكن $N(x,y,z)$

$N \in (AB) \Rightarrow \vec{AN} = k\vec{AB}$

$$\begin{bmatrix} x-1 \\ y-3 \\ z-4 \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$x-1 = 4k \Rightarrow x = 4k+1$ ⟸

$y-3 = 0 \Rightarrow y = 3$

$z-4 = 0 \Rightarrow z = 4$

$N(x,3,4)$

③ $(NC)^2 = \left(\sqrt{(4-x)^2+16+4}\right)^2 = (4-x)^2 + 20$

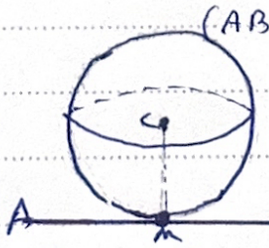
نعين C عن (AB) هو أصغر طول لـ (NC) حيث

$N \in (AB)$

وهو عندما $NC = \sqrt{20}$ أي $x = 4$

وبعد C عن (AB) هو $\sqrt{20}$

④ بما أن الكرة تمس المستقيم (AB)



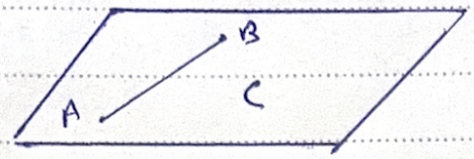
$R = NC = 2\sqrt{5}$

ومركزها $C(4,-1,2)$

$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = R^2$

$$\boxed{(x-4)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 20}$$

⑤



المستوي يقبل $\vec{AC}$ ، $\vec{BC}$ شعاعي توجيه

$\vec{AC}(3,-4,2)$ $\vec{BC}(-1,-4,-2)$

الأشعة غير مرتبطة خطياً نفرض الناظم $\vec{n}(a,b,c)$

ونفرض $c=1$ ← $\vec{n}(a,b,1)$

$\vec{n} \perp \vec{AC} \hookrightarrow \vec{n} \cdot \vec{AC} = 0 \Rightarrow \boxed{3a-4b+2=0}$ ①

$\vec{n} \perp \vec{BC} \hookrightarrow \vec{n} \cdot \vec{BC} = 0 \Rightarrow \boxed{-a-4b-2=0}$ ②

بالطرح: $4a = 0 \rightarrow \boxed{a=0}$

نعوض في ②: $0-4b-2=0$

$$\boxed{b = -\frac{1}{2}}$$

$\vec{n}\left(0, -\frac{1}{2}, 1\right) = (0,1,-2)$

$A(1,3,4)$

$0(x-1) + 1(y-3) - 2(z-4) = 0$

$y - 3 - 2z + 8 = 0$

(P): $\boxed{y - 2z + 5 = 0}$

بما أن الكرة مركزها C والمستوي يمس C

إذاً المستوي يقطع الكرة بدائرة نصف قطرها

هو نصف قطر الكرة

$\Rightarrow r = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

ط: يكتب حساب بعد C عن المستوي

ويتبع ما تم تفويضه بالقانون

انتهى حل النموذج (1)